# 车刀螺纹紧固连接对纵弯复合超声椭圆振动特性的影响

杨金川<sup>1</sup>,冯平法<sup>12</sup>,马 恪<sup>1</sup>,张建富<sup>1</sup>

(1. 清华大学 机械工程系 北京 100084; 2. 清华大学 深圳国际研究生院 广东 深圳 518055)

摘 要: 以单激励超声椭圆振动(UEV)复合梁变幅杆为研究对象,基于振动理论,对采用螺钉紧固连接方式加装 车刀后的变幅杆进行了数学建模。结合螺钉连接预紧力模型,通过模态及谐响应分析研究了单激励超声椭圆振动变幅杆 的车刀端的振动特性。获得了螺钉连接对变幅杆椭圆振动模态及振动传递的影响规律。进而综合螺钉连接预紧力矩变 化情况,对不同预紧力矩状态下的变幅杆车刀端进行仿真和试验,分析对比计算值与试验值误差,明确了车刀螺钉连接状 况对超声椭圆振动响应的影响。结果表明:车刀螺纹紧固连接主要通过影响弯曲振动来影响系统的纵弯复合谐振;随着 车刀连接预紧力矩增大,车刀与变幅杆之间的振动传递损耗减小,超声椭圆振动的弯振传递性能会提升。研究结果可为 超声椭圆振动的车刀连接及其整体谐振设计提供依据。

# Effects of turning tool screw connection on horn longitudinal-bending coupled ultrasonic elliptical vibration characteristics

YANG Jinchuan<sup>1</sup>, FENG Pingfa<sup>1,2</sup>, MA Ke<sup>1</sup>, ZHANG Jianfu<sup>1</sup>

(1. Department of Mechanical Engineering , Tsinghua University , Beijing 100084 , China;

2. Shenzhen International Graduate School, Tsinghua University, Shenzhen 518055, China)

**Abstract:** Here, a single excitation ultrasonic elliptical vibration (UEV) composite beam horn was taken as the study object , based on the vibration theory , the mechanical model of the horn-turning tool connected with screw fastening was established. Combined with the screw connection preload model , vibration characteristics of the turning tool end of the single excitation ultrasonic elliptical vibration horn were studied through modal analysis and harmonic response analysis to obtain influence laws of screw connection on the horn's elliptical vibration modes and vibration transmission. Then , based on the change situation of screw connection's pre-tightening torque , the horn's turning tool end under different pre-tightening torques was simulated and tested , the error between calculated results and test ones was analyzed contrastively to clarify effects of turning tool screw connection on horn ultrasonic elliptical vibration response. The results showed that by means of mainly affecting bending vibration , turning tool screw connection , vibration transmission loss between turning tool and horn decreases , and bending vibration transmission performance of ultrasonic elliptical vibration can be improved; the study results can provide a basis for turning tool connection and overall resonance design of ultrasonic elliptical vibration horn.

Key words: turning tool; screw connection; longitudinal-bending coupling; ultrasonic elliptical vibration (UEV)

相对于传统车削工艺,超声椭圆振动(ultrasonic elliptical vibration, UEV)车削技术将椭圆振动附加于 车刀上,使车刀在切削过程的运动路径上产生周期性 超声椭圆运动,从而使加工过程发生了实质变化,可大 幅提升加工质量<sup>[1]</sup>。超声椭圆振动车削系统的结构从 原型机到当前采用新结构、新材料与新控制理论,其设 计多样性、可靠性与加工工艺均取得极大发展<sup>[2-3]</sup>。根 据椭圆轨迹合成形式差异,其振动复合主要分为纵扭 复、纵弯复合和弯扭复合等形式且主要采用双激励或 单激励两种驱动模式实现特定的椭圆振动复合<sup>[4-6]</sup>。 其中,依据单/双激励模式,国内外研制了多型超声椭 圆振动装置,并成功实现了切削加工<sup>[7-12]</sup>。而超声椭圆

基金项目: 深圳市科技计划基础研究项目(JCYJ20180508152128308) 收稿日期: 2020-08-03 修改稿收到日期: 2020-10-17 第一作者 杨金川 男,博士生,1988年生 通信作者 张建富 男,博士 副教授,1975年生

振动装置能否在工件上实现稳定可靠切削加工的直接 因素便是车刀能否实现稳定可靠的周期性椭圆振动。

对于采取纵弯复合的单激励超声椭圆振动车削系 统 .变幅杆本身存在纵振和弯振两种振动模态 除了传 递并放大振动状态之外,也需要发挥良好的刀杆作用, 即变幅杆输出端需要传递给刀具纵向振动并通过本身 结构产生横向振动,进而形成椭圆振动轨迹。因此,刀 具与变幅杆之间的连接状态势必会影响椭圆振动的传 递效果。尤其是采用螺纹紧固连接的刀具,其连接状 态也必将对结构振动模态及振动传递特性产生影响。 对于纵振传递 若螺纹连接与纵振方向一致 其振动传 递主要受到螺纹连接预紧力以及连接面接触状态影 响 即预紧力大小和连接面接触状态优劣均与振动传 递质量在有限范围内存在正向关系<sup>[13-44]</sup>。而对于横振 传递 螺纹连接与振动传递方向垂直 ,其振动传递主要 受到预紧状态的影响,且对于不同量级的激励频率,连 接引起的非线性振动中自由振动分量对结构动态响应 的影响也存在较大差异<sup>[15]</sup>。此外,在周期性横振作用 下 螺纹局部变形以及自松弛容易造成预紧力出现衰 退进而造成振动传递质量大幅下降[16-47]。

综上,螺纹连接对于超声纵弯复合振动的高频单 激励振动传递及其模态特性会产生重要影响。本文以 单激励纵弯复合超声椭圆振动复合梁变幅杆为研究对 象,建立"刀具 – 变幅杆"振动理论模型,并运用有限 元建模进行螺纹连接的仿真分析,得出螺纹连接对变 幅杆椭圆振动模态及振动传递的影响规律。最后,通 过试验验证,明确车刀螺纹连接状态下的变幅杆振动 特性及响应。该研究对通过螺纹连接方式进行车刀紧 固的超声椭圆振动车削系统的设计应用具有实际 意义。

1 纵弯复合振动模型

基于纵弯复合振动的单激励超声椭圆振动复合梁 结构,如图1所示。变幅杆输出端产生放大后的超声 椭圆振动,通过螺纹连接带动刀具产生超声椭圆运动 轨迹。



个两自由度系统。根据图 1 ,变幅杆斜梁对主梁产生两 个激励分量 ,即 *X* 方向的纵振分量与 *Y* 方向的弯振分 量;将斜梁 *X* 方向纵振分量与主梁的主纵振合成 ,形成 *X* 方向纵振激励。同时 ,将斜梁 *Y* 方向的弯振分量视 为一个相对独立的横振激励。则系统振动传递到输出 端可等效为一个具有相位差的纵弯复合振动响应 ,如 图 2 所示。



图2 复合梁双激励等效结构

Fig. 2 Equivalent structure of horn with two stimulations

图 2 中: 主梁 *OP* 长度为*L*; *O* 面为复合梁振动传递 分解面; *P* 点为变幅杆输出端; *L* 为变幅杆输出端到分 解面长度; *a* 为斜梁与主梁连接中线交点到分解面距 离; *b* 为分解面主梁与斜梁之间的距离; *α* 为斜梁与主 梁夹角; 主梁与斜梁横截面均为正方形,且边长为 *h*。

换能器产生初始的单激励纵向振动在 O 面形成两 个激励分量  $O_0(t)$  和  $O_1(t)$ 。 $O_0(t)$  为沿主梁轴线的纵 向振动分量 ,并在分解面处成为继续沿主梁轴线传递 的纵振  $v_0(t)$  以及进入斜梁的纵振  $O_1(t)$ ,并在 O 面处 产生沿斜梁轴线传递的纵振分量  $u_1(t)$  和垂直于斜梁 的弯振分量  $u_2(t)$ 。则各振动及其分量之间的关系为

$$\begin{cases} O_{0}(t) = O_{1}(t) = A\sin \omega t \\ v_{0}(t) = O_{0}(t) \\ u_{1}(t) = O_{1}(t) \cdot \cos \alpha \\ u_{2}(t) = O_{1}(t) \cdot \sin \alpha \end{cases}$$
(1)

其中,当 $u_1(t)$ 沿斜梁轴线传递至连接点H时,与 纵振 $v_0(t)$ 分别在H点处形成X方向的合成纵振响应; 同时,垂直于斜梁的弯振分量 $u_2(t)$ 传递至H点处形成 Y方向弯振分量。

首先,以 O<sub>1</sub>(t) 在 H 点处振动传递为分析对象,将 斜梁等效为一个带弹簧阻尼的两自由度振动系统,如 图 3 所示。



图 3 斜梁两自由度弹簧阻尼系统等效结构

Fig. 3 Equivalent structure of skem beam system

图 3 中: M<sub>1</sub> 为斜梁等效质量; c<sub>1</sub> 和 c<sub>2</sub> 是分别为 X<sub>1</sub>

方向和  $Y_1$  方向的斜梁阻尼系数;  $k_1$  和  $k_2$  分别为斜梁  $X_1$  方向和  $Y_1$  方向的斜梁刚度系数。该斜梁的等效运动方程为

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = k_1 u_1(t) + c_1 \dot{u}_1(t) \\ M_1 \ddot{y}_1 + c_2 \dot{y}_1 + k_2 y_1 = k_2 u_2(t) + c_2 \dot{u}_2(t) \end{cases}$$
(2)

由式(2) 可得出斜梁 H 点处产生的纵振稳态响应 为

$$X_{u1}(t) = \frac{A\cos\alpha \left[\sqrt{(k_1)^2 + (c_1\omega)^2}\right]/k_1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{1n}}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta_1\left(\frac{\omega}{\omega_{1n}}\right)\right]^2}} \times \sin(\omega t - \varphi_1 - \Delta\varphi_1) = A_{u1}\sin(\omega t + \phi_1) \quad (3)$$
  
$$\vec{x} \mathbf{\dot{p}}: \phi_1 = -\arctan(-c_1\omega/k_1) + \arctan\left[(-c_1\omega)/(k_1 - \omega)\right]$$

 $M_1\omega^2$ )];  $\omega_{1n} = \sqrt{k_1/M_1}$ ;  $\xi_1 = c_1/c_{1n} c_{1n} = 2M_1\omega_{1n}$ 。 同时 斜梁 H 点处产生的弯振稳态响应为

$$Y_{u2}(t) = \frac{A \sin \alpha \left[\sqrt{\left(k_{2}\right)^{2} + \left(c_{2}\omega\right)^{2}}\right]/k_{2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{2n}}\right)^{2}\right]^{2} + \left[2\zeta_{2}\left(\frac{\omega}{\omega_{2n}}\right)\right]^{2}}} \times \sin(\omega t - \varphi_{2} - \Delta\varphi_{2}) = A_{u2}\sin(\omega t + \phi_{2}) \quad (4)$$

 $\vec{x} \oplus: \phi_2 = -\arctan(-c_2\omega/k_2) - \arctan[(-c_2\omega)/(k_2 - M_1\omega^2)]; \omega_{2n} = \sqrt{k_2/M_2}; \xi_2 = c_2/c_{2n} c_{2n} = 2M_1\omega_{2n} \circ$ 

从振动传递可知,同一介质中,纵振传递速度与弯 振传递速度之间的关系为

$$\frac{c_{1}}{c_{t}} = \sqrt{\frac{2(1-\sigma)}{1-2\sigma}} = S$$
 (5)

则斜梁传递的纵振和弯振的相位延迟分别为

$$\begin{cases} \Delta \varphi_1 = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a/S}{2L/S} \pi \\ \Delta \varphi_2 = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{2L} \pi \end{cases}$$
(6)

同理,以 O<sub>0</sub>(t) 在 H 点处的振动传递为分析对象, 将主梁 OH 段等效为一个带弹簧阻尼的单自由度纵振 系统,如图 4 所示。

$$v_0(t) \longrightarrow \begin{bmatrix} c_0 \\ a \\ b \\ c \\ k_0 \end{bmatrix} \xrightarrow{c_0} X_0$$

图4 主梁 OH 段单自由度弹簧阻尼系统等效结构

Fig. 4 Equivalent structure of beam OH system

图 4 中: *M*<sub>0</sub> 为主梁 *OH* 段等效质量; *c*<sub>0</sub> 为 *X* 方向的 主梁阻尼系数; *k*<sub>1</sub> 为主梁 *X* 方向的主梁刚度系数。该 主梁 *OH* 段的等效运动方程为

$$M_0\ddot{x}_0 + c_0\dot{x}_0 + k_0x_0 = k_0v_0(t) + c_0v_0(t)$$
 (7)  
由式(7)可得出主梁  $H$  点处产生的纵振稳态响  
应为

$$X_{i0}(t) = \frac{A \left[\sqrt{\left(k_0\right)^2 + \left(c_0\omega\right)^2}\right]/k_0}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{0n}}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta_0\left(\frac{\omega}{\omega_{0n}}\right)\right]^2}} \times$$

$$\sin(\omega t + \phi_0) = A_{t0}\sin(\omega t + \phi_0)$$
(8)  

$$\vec{x} \oplus: \phi_0 = \arctan \left[ (-c_0 \omega) / (k_0 - M_0 \omega^2) \right]; \ \omega_{0n} = \sqrt{k_0 / M_0}; \ \xi_0 = c_0 / c_{0n} \ \rho_{0n} = 2M_0 \omega_{0n} \ \circ$$

根据振动各分量在 H 点的稳态响应和变幅杆几何 结构,可得 H 点处的振动分解及合成状态,如图 5 所示。



#### 图 5 主梁 H 点处的振动分解与合成

Fig. 5 Vibration decomposition and synthesis of point H

由图 5 可知 在 H 处沿 X 方向和 Y 方向存在 3 个 稳态响应的振动分量: X<sub>i0</sub>(t)为主梁传递的纵振; X<sub>u1</sub>(t)为斜梁传递的纵振; Y<sub>u2</sub>(t)为斜梁传递的弯振, 且弯振不在 X 方向产生纵振分量。则各振动分量的分 解与合成为

$$\begin{cases} X_{H}(t) = X_{v0}(t) + X_{u1}(t) \cdot \cos \alpha \\ Y_{H}(t) = X_{u1}(t) \cdot \sin \alpha - Y_{u2}(t) \cdot \cos \alpha \end{cases}$$
(9)  
整理后为

$$\begin{cases} X_{H}(t) = A_{i0}\sin(\omega t + \phi_{0}) + A_{H1}\sin(\omega t + \phi_{1}) \\ Y_{H}(t) = A_{H2}\sin(\omega t + \phi_{1}) + A_{H3}\sin(\omega t + \phi_{2}) \end{cases}$$
(10)

式中:  $A_{H1} = A_{u1} \cos \alpha$ ;  $A_{H2} = A_{u1} \sin \alpha$ ;  $A_{H3} = -A_{u2} \cos \alpha$ 。

由式(10) 与图 5 可得 ,H 点处纵振和弯振合成分 量分别为

$$\begin{cases} X_{H}(t) = \sqrt{A_{x0}^{2} + A_{H1}^{2} + 2A_{x0}A_{H1}\cos\left(\frac{\phi_{0} - \phi_{1}}{2}\right)} \times \\ & \sin\left(\omega t + \frac{\phi_{0} + \phi_{1}}{2} + \Delta\phi_{1}\right) = \\ A_{HX}\sin(\omega t + \theta_{HX}) \\ Y_{H}(t) = \sqrt{A_{H2}^{2} + A_{H3}^{2} - 2A_{H2}A_{H3}\cos\left(\frac{\phi_{1} - \phi_{2}}{2}\right)} \times \\ & \sin\left(\omega t + \frac{\phi_{1} + \phi_{2}}{2} + \Delta\phi_{2}\right) = \\ A_{HY}\sin(\omega t + \theta_{HY}) \end{cases}$$
(11)

其中 相位角差分别为

$$\begin{cases} \theta_{HX} = \arctan\left(\frac{A_{i0} - A_{H1}}{A_{i0} + A_{H1}} \tan \frac{\phi_0 - \phi_1}{2}\right) \\ \theta_{HY} = \arctan\left(\frac{A_{H2} - A_{H3}}{A_{H2} + A_{H3}} \tan \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \end{cases}$$
(12)

以 *X<sub>H</sub>*(*t*) 和 *Y<sub>H</sub>*(*t*) 在 *P* 点处产生的振动响应为分 析对象 将主梁 *HP* 段等效为一个带弹簧阻尼的两自由 度系统 如图 6 所示。



图 6 主梁 HP 段两自由度弹簧阻尼系统等效结构 Fig. 6 Equivalent structure of main beam HP system

图 6 中: *M*<sub>3</sub> 为主梁 *PH* 段等效质量; *c*<sub>3</sub> 和 *c*<sub>4</sub> 分别为 *X* 方向和 *Y* 方向的主梁 *PH* 段阻尼系数; *k*<sub>3</sub> 和 *k*<sub>4</sub> 分别 为主梁 *X* 方向和 *Y* 方向的主梁 *PH* 段刚度系数。

则变幅杆输出端 P 点处产生的纵振稳态响应为

$$X(t) = \frac{A_{HX} \left[\sqrt{(k_3)^2 + (c_3\omega)^2}\right]/k_3}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{3n}}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta_3\left(\frac{\omega}{\omega_{3n}}\right)\right]^2}} \times \sin(\omega t + \theta_{HX} + \Delta \theta_X + \Phi) = A_X \sin(\omega t + \theta_X + \Phi)$$
(13)

式中:  $\Delta \theta_x$  = arctan [(  $-c_3 \omega$ ) /(  $k_3 - M_2 \omega^2$ ) ];  $\omega_{3n} = \sqrt{k_3/M_2}$ ;  $\xi_3 = c_3/c_{3n} \ \rho_{3n} = 2M_2 \omega_{3n}$ 。

则变幅杆输出端 P 点处产生的弯振的稳态响应为

$$Y(t) = \frac{A_{HY} \left[\sqrt{\left(k_{4}\right)^{2} + \left(c_{4}\omega\right)^{2}}\right]/k_{4}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{4n}}\right)^{2}\right]^{2} + \left[2\zeta_{4}\left(\frac{\omega}{\omega_{4n}}\right)\right]^{2}}} \times \sin(\omega t + \theta_{HY} + \Delta\theta_{Y}) = A_{Y}\sin(\omega t + \theta_{Y}) \quad ($$

 $\vec{x}$ **:** $Δθ<sub>Y</sub> = arctan [( - c<sub>4</sub>ω) /( k<sub>4</sub> - M<sub>2</sub>ω<sup>2</sup>) ]; ω<sub>4n</sub> = <math>\sqrt{k_4/M_2}$ ;  $\xi_4 = c_4/c_{4n} \ \rho_{4n} = 2M_2\omega_{4n} \circ$ 

式(13) 中 , *Φ* 为 *X* 方向纵振相对于 *Y* 方向弯振的 振动传递相位差 ,即

$$\Phi = \frac{(S-1)(a-L)}{2L}\pi$$
 (15)

综上 *P* 点两个振动分量的稳态响应的存在相位 差 Φ; 若外激振动频率 ω 与分别与某阶振动固有频率 ω<sub>n</sub> 接近或重合 ,即产生共振且振动稳态响应出现最大 振幅。则 *P* 点振动响应的合成轨迹为

$$\frac{X^2}{\left(A_x \sin \Phi\right)^2} - \frac{2XY \cos \Phi}{\left(A_x A_y \sin^2 \Phi\right)} + \frac{Y^2 \cos^2 \Phi}{\left(A_y \sin \Phi\right)^2} = 1 \quad (16)$$

不同的相位差 Φ,可得到不同的椭圆振动轨迹。

1.2 连接刀具后的等效振动模型

连接刀具后,系统质量发生变化,则需要进一步分 析刀具及其与变幅杆连接固定方式对超声椭圆振动的 影响。在激励不变的情况下,其结构如图7所示。

图 7 中, *m* 为连接刀具及其螺钉的质量。在振动 分析中 将刀具视为刚体, 忽略其长度对振动影响。主 梁 *PH* 段的阻尼系数与刚度系数均不变。斜梁部分与 主梁 *OH* 段的振动响应已经获得, 因此重点在分析刀具 对 *HP* 段振动响应的影响。



图 7 连接刀具后的变幅杆等效结构

Fig. 7 Equivalent structure of horn with tool

首先 将刀具与变幅杆 *HP* 段视为整体考虑。则根 据图 6 所示 *HP* 段振动等效质量增大为 *M*<sub>2</sub> + *m*。则输 出端 *P* 点处产生的纵振稳态响应为

$$X_{m}(t) = \frac{A_{HX} \left[\sqrt{(k_{3})^{2} + (c_{3}\omega)^{2}}\right]/k_{3}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{3n}}\right)^{2}\right]^{2} + \left[2\zeta_{3}\left(\frac{\omega}{\omega_{3n}}\right)\right]^{2}}} \times \sin(\omega t + \theta_{HX} + \Delta\theta_{mX} + \Phi) = A_{X}' \sin(\omega t + \theta_{X}' + \Phi)$$
(17)

式中:  $\Delta \theta_{mX} = -\arctan\{(-c_3\omega)/[k_3 - (M_2 + m)\omega^2]\};$   $\omega_{3n} = \sqrt{k_3/(M_2 + m)}; \xi_3 = c_3/c_{3n} c_{3n} = 2(M_2 + m)\omega_{3n},$ 输出端 P 点处产生的弯振的稳态响应为

$$Y_{m}(t) = \frac{A_{HY} \left[\sqrt{\left(k_{4}\right)^{2} + \left(c_{4}\omega\right)^{2}}\right]/k_{4}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{4n}}\right)^{2}\right]^{2} + \left[2\zeta_{3}\left(\frac{\omega}{\omega_{4n}}\right)\right]^{2}}} \times \sin(\omega t + \theta_{HY} + \Delta\theta_{mY}) = A_{Y}'\sin(\omega t + \theta_{Y}')$$
(18)

式中:  $\Delta \theta_{mY} = -\arctan\{(-c_4\omega)/[k_4 - (M_2 + m)\omega^2]\};$  $\omega_{4n} = \sqrt{k_4/(M_2 + m)}; \xi_4 = c_4/c_{4n} \epsilon_{4n} = 2(M_2 + m) \omega_{4n} \circ$ 

由上述分析可知,在外激振动频率 ω 不变的情况 下,连接刀具后,变幅杆 HP 段增大了等效质量,其纵振 与弯振的固有频率均会下降。

由于刀具与变幅杆输出端采用螺纹连接,一般可 将刀具固定螺栓视为弹簧阻尼系统<sup>[18]</sup>。在分析刀具的 振动响应时,为了保证振动分析的一致性,不考虑螺纹 连接在振动传递过程中的自松弛<sup>[19]</sup>。可将刀具及其弹 簧阻尼系统视为一个两自由度的强迫振动系统,变幅 杆输出端椭圆振动相对独立地传递*X*方向纵振*X*(*t*) 和*Y*方向横振*Y*(*t*)。其等效结构如图 8 所示。



图 8 连接刀具的弹簧阻尼系统等效结构

Fig. 8 Equivalent structure of spring damping system with tool

图 8 中: *c*<sub>5</sub> 和 *c*<sub>6</sub> 分别为刀具螺纹连接在 *X* 方向和 *Y* 方向的阻尼系数; *k*<sub>5</sub> 和 *k*<sub>6</sub> 分别为刀具螺纹连接在 *X* 方向的法向接触刚度和 *Y* 方向的切向接触刚度。

14)

#### 则刀尖点处产生的纵振稳态响应为

$$X_{\rm D}(t) = \frac{A_{\chi} \left[\sqrt{(k_5)^2 + (c_5\omega)^2}\right]/k_5}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{5n}}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta_5\left(\frac{\omega}{\omega_{5n}}\right)\right]^2}} \times \sin(\omega t + \theta_{\chi} + \Delta \theta_{\rm DX}) = A_{\rm DX} \sin(\omega t + \theta_{\rm DX})$$
(19)

式中:  $\Delta \theta_{\text{DX}} = -\arctan\left[\left(-c_5\omega\right)/\left(k_5 - m\omega^2\right)\right]; \omega_{5n} = \sqrt{k_5/m}; \xi_5 = c_5/c_{5n} c_{5n} = 2m\omega_{5n} \circ$ 

刀尖点处产生的横振的稳态响应为

$$Y_{\rm D}(t) = \frac{A_Y \left[\sqrt{\left(k_6\right)^2 + \left(c_6\omega\right)^2}\right]/k_6}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{6n}}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta_6\left(\frac{\omega}{\omega_{6n}}\right)\right]^2}} \times \sin(\omega t + \theta_Y + \Delta\theta_{\rm DY}) = A_{\rm DY}\sin(\omega t + \theta_{\rm DY})$$
(20)

式中:  $\Delta \theta_{\rm DY} = - \arctan \left[ (-c_6 \omega) / (k_6 - m \omega^2) \right]; \omega_{6n} =$ 

 $\sqrt{k_6/m}$ ;  $\xi_6 = c_6/c_{6n} \ \mu_{6n} = 2m\omega_{6n}$ 。 设两个振动响应的相位差  $\Delta \theta_D$  为

$$\theta_{\rm D} = \theta_{\rm DX} - \theta_{\rm DY} \qquad (21)$$

则刀尖点振动响应的合成轨迹为

$$\frac{X_{\rm D}^2}{\left(A_{\rm DX}\sin\Delta\theta_{\rm D}\right)^2} - \frac{2X_{\rm D}Y_{\rm D}\cos\Delta\theta_{\rm D}}{\left(A_{\rm DX}A_{\rm DY}\sin^2\Delta\theta_{\rm D}\right)} + \frac{Y_{\rm D}^2\cos^2\Delta\theta}{\left(A_{\rm DY}\sin\Delta\theta_{\rm D}\right)^2} = 1$$
(22)

从上述分析可知,连接刀具后,刀尖点 Q 在 X 方向 与 Y 方向的振动均会出现一定程度的延迟,但仍可维 持椭圆振动轨迹。

# 1.3 连接刀具后的系统振动分析

由 1.2 节可知 在外激振动频率 ω 不变的情况下, 连接刀具后,变幅杆 HP 段的纵振与弯振固有频率均会 变小,使得在原外激振动作用下,变幅杆不会出现共 振。以刀具和 HP 段质量之比为自变量,可以明确连接 刀具后的 HP 段固有频率差异,如图9所示。





Fig. 9 Natural frequency trend of horn PH with tool

由图 8 可知,连接刀具相当于增加了 HP 段的整体 质量,从而使系统纵振固有频率明显降低,且刀具与 HP 段质量比越大,共振频率的下降幅度也会越大。 以未连接刀具的变幅杆振动等效模型为基准,进 一步分析连接刀具对变幅杆输出端椭圆振动轨迹的影 响。设H点处的纵振与弯振为模拟振动输入,即

$$\begin{cases} X_{H}(t) = 2E\sin(\omega t + \theta_{HX}) \\ Y_{H}(t) = 2F\sin(\omega t) \end{cases}$$
(23)

该模拟振动输入频率 ω 与 *PH* 段固有频率 ω<sub>n</sub> 相同 将刀具与 *PH* 段视为整体 ,在振动椭圆下产生椭圆轨迹。则连接不同质量刀具后的模拟椭圆轨迹 ,如图 10 所示。



图 10 刀具/PH 段不同质量比的模拟椭圆轨迹 Fig. 10 Equivalent structure of mass model with tool PH

由图 10 可知: 连接刀具后,输出端 X 方向与 Y 方向的振幅均会出现一定程度的下降; 刀具/PH 段质量比越大 振幅下降幅度也就越大。同时 椭圆振动相位 差也会出现一定程度的增大。

根据图 8 将 PH 段与刀具等效为弹簧阻尼两自由 度系统 则刀具输出端椭圆振动轨迹及固有频率由刀 具质量和螺纹连接状态决定。根据图 6 H 点处的模拟 振动输入在 P 点处的纵振与弯振的稳态响应分别为

$$\begin{cases} X_P(t) = 2E\sin(\omega t + \pi/2 + \Delta\theta_x) \\ Y_P(t) = 2F\sin(\omega t + \Delta\theta_y) \end{cases}$$
(24)

由于计算得出的传递延迟相位  $\Delta \theta_x$  与  $\Delta \theta_x$  均远小于  $\pi/2$  ,因此可只考虑传递的主相位差  $\pi/2$  ,则 *P* 点处的纵振与弯振的稳态响应分别为

$$\begin{cases} X_P(t) = 2E\sin(\omega t + \pi/2) \\ Y_P(t) = 2F\sin(\omega t) \end{cases}$$
(25)

根据图 8 得出的刀尖振动响应模型,基于 P 点处的振动输入,刀具在 X 方向及 Y 方向的运动微分方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c_5\dot{x} + k_5x = k_5X_P(t) + c_5\dot{X}_P(t) \\ m\ddot{x} + c_6\dot{x} + k_6x = k_6Y_P(t) + c_6\dot{Y}_P(t) \end{cases}$$
(26)

由式(26) 可知,刀具刀尖最终振动响应直接受到 刀具与变幅杆输出端连接面接触状态的影响。根据式 (15) 与式(16),刀具分别在X方向纵振激励 $X_p(t)$  与Y方向横振激励 $Y_p(t)$ 作用下,刀尖Q点的振动响应为  ${X_Q(t)} = 2E \cdot f(k_s c_s) \sin [\omega t + \pi/2 -$ 

$$\begin{cases} \Delta \varphi_{QX}(k_5 \ \rho_5) \ ] = A_E \sin(\omega t + \pi/2 - \Delta \varphi_E) \\ Y_Q(t) = 2F \cdot f(k_6 \ \rho_6) \sin[\omega t - \Delta \varphi_{QY}(k_6 \ \rho_6) \ ] = B_F \sin(\omega t - \Delta \varphi_F) \end{cases}$$
(27)

式中: f(k,c) 为振幅比例系数函数;  $\Delta \varphi(k,c)$  为振动经 接触面传递的相位延迟函数 ,二者均与接触刚度和接 触阻尼有直接关系。

如式(27)所示,接触状态决定了刀具振动状态及 其振动输出。由于刀具为硬质合金,变幅杆为铝合金, 两种材料之间的法向与切向接触刚度必然小于单一材 料的等效拉伸刚度;而在同一接触状态下,切向接触刚 度大幅小于法向接触刚度。

因此,刀具螺纹预紧的接触刚度和接触阻尼间接 影响刀尖振动转递状态,而螺纹预紧力的不同会造成 接触刚度和接触阻尼的不同,进而影响刀具系统谐振 频率,并导致其与输入振动频率之间出现较大偏差。

根据法向接触刚度计算模型及经验公式<sup>[20]</sup>,获得 刀具系统在不同螺纹预紧力大小情况下的固有频率变 化范围及趋势,如图 11 所示。



图 11 刀具系统在不同螺纹预紧状态下的固有频率变化 Fig. 11 Natural frequency trend of tool system with pretightening forces

从刀具系统固有频率变化趋势可知,固有频率会 随着螺纹预紧力的增大而增大,但仍旧远小于设计输 入频率 20 kHz(ω=125 600 rad/s)。同时,在同一预紧 接触状态下,切向接触刚度大幅小于法向接触刚度。 因此,刀具经螺纹预紧连接固定后,对弯振的影响大于 其对纵振的影响。

设两个振动响应的相位差  $\Delta \varphi_{EF}$ 为

$$\Delta \varphi_{EF} = \pi/2 - \Delta \varphi_E + \Delta \varphi_F \qquad (28)$$

则刀具输出端
$$Q$$
点振动响应的合成轨迹为

$$\frac{X_{Q}^{2}}{\left(A_{E}\sin\Delta\varphi_{EF}\right)^{2}} - \frac{2X_{Q}Y_{Q}\cos\Delta\varphi_{EF}}{A_{E}B_{F}\sin^{2}\Delta\varphi_{EF}} + \frac{Y_{Q}^{2}\cos^{2}\Delta\varphi_{EF}}{\left(B_{F}\sin\Delta\varphi_{EF}\right)^{2}} = 1$$
(29)

从上述分析可知,连接刀具后,刀尖点 Q 在 X 方向 与 Y 方向的振动均会出现一定程度的延迟且振幅也会 发生变化,但仍可维持椭圆轨迹; 与连接刀具前的变幅 杆输出端 P 点振动轨迹相比较,刀尖点 Q 的振动状态 及稳态响应的椭圆轨迹已经发生变化,其振动响应无 法与变幅杆输出端 P 点保持一致性,存在微小延迟。

同时,刀具固定螺钉的预紧状态直接影响刀具与

变幅杆之间的弹簧阻尼状态,从而间接影响刀具与变幅杆之间的振动传递质量。

## 2 超声椭圆振动特性仿真

从振动模型分析可知,连接刀具前后,系统的固有 频率及椭圆振动轨迹均出现了变化。与连接刀具前相 对比,连接刀具后的变幅杆固有频率会使变幅杆 – 刀 具系统的固有频率降低,其振动轨迹也同时发生变化。 因此,连接刀具后,系统如果仍保持原有外激频率不 变,将无法使变幅杆 – 刀具系统共振。

2.1 超声椭圆振动装置前置条件

变幅杆与前盖板均采用 2A12 铝合金,其密度为 2.74 g/cm<sup>3</sup>,泊松比 $\mu$ =0.35,弹性模量 E=70 GPa;螺 钉为碳钢,其密度为 7.9 g/cm<sup>3</sup>,泊松比 $\mu$ =0.3,弹性模 量 E=210 GPa;车刀基体材料为 YT5 硬质合金,其密 度为 13.1 g/cm<sup>3</sup>,泊松比 $\mu$ =0.18,弹性模量 E= 750 GPa。

### 2.2 连接刀具前后振动仿真

连接刀具前 将变幅杆与前盖板结合为整体分析, 即在不考虑后盖板的情况下,直接由前盖板与压电陶 瓷片接触面输入外激振动进行谐响应振动仿真分析。

通过有限元软件 ABAQUS 验证变幅杆结构的振动 状态。仿真中采用四面体及 C3D10( 六面体) 三维应力 实体分析单元。在连接刀具前的变幅杆椭圆振动模态 及其频率 如图 12 所示。



#### 图 12 连接刀具前变幅杆模态仿真

Fig. 12 Simulation mode analysis of horn without tool

振动模态仿真结果显示,在20.80 kHz 附近能够实 现纵弯复合振动。在模态仿真后,随即进行谐响应分 析,获得谐振位移相对值结果,如图7所示。



2

1 0

-2

-3

\_1

-5

-6∟ 14

3 超声椭圆振动轨迹试验

谐振频率为 20.50 kHz。

试 加图 18 所示。

刀具后的系统状态 如图 17 所示。

位移相对值 -1 0.60

0.38

-4.90

16

18

图 15 连接刀具后变幅杆输出端及刀尖谐响应状态 Fig. 15 Harmonic responses of output end of horn and tool nose

20

各阶固有频率/kHz

根据 20 kHz 预设谐振目标频率设计加工后,连接

通过 PV70A 阻抗分析仪获得的连接刀具前的系统

系统连接的车刀型号为 CCGT09T302 型 PCD 数控

采用基恩士 LK - H008 双激光位移传感器对连接

车刀,其安装形式为车刀底面与变幅杆输出端面面接

触 由中间车刀紧固螺钉实现二者之间的连接。连接

刀具前后的输出端(包括刀具)的椭圆振动轨迹进行测

刀具前的变幅杆及输出端结构的试验样机,如图 16

P点弯振位移

O点弯振位移

P点纵振位移

O点纵振位移

22

24

由图 13 中仿真后的谐响应分析可知,连接刀具前 的系统纵弯复合谐响应频率为 20.80 kHz。

连接刀具后的下图振动模态及其频率,如图 14 所示。



图 14 连接刀具后变幅杆模态仿真 Fig. 14 Simulation mode analysis of horn with tool

由振动模态仿真结果可知,在16.7 kHz 附近出纵 弯复合振动模态。在模态仿真步骤之后,随即进行谐 响应分析 分别设置变幅杆输出端和刀尖作为振动谐 响应仿真位移输出,获得谐振位移相对值,如图 15 所示。

由图 15 仿真后的谐响应分析可知,连接刀具后的 系统纵弯复合谐响应频率为 16.70 kHz。

从仿真结果可知 连接刀具前后 纵弯复合谐振状 态及其频率均发生了改变。连接刀具后,纵弯复合谐 振频率出现了较大幅度下降,与理论分析结果一致;连 接刀具前的变幅杆输出端谐响应振幅与连接刀具后的 刀尖谐响应振幅也出现了明显差异,即连接刀具后刀 尖椭圆轨迹的长短径之比出现明显增大。



图 16 连接刀具前变幅杆结构 Fig. 16 Structure of horn without tool



所示。

图 17 连接刀具后试验装置 Fig. 17 Test equipment of horn with tool



图 18 振动轨迹测试 Fig. 18 Measurement state of system

试验测得,连接刀具前的变幅杆输出端在 X 及 Y 方向上的振幅峰峰值分别为 10 μm 与 7.6 μm。

根据式(27)分析,刀具安装预紧力矩及其产生的 预紧力会对系统谐振状态产生一定程度的影响。因 此, 在测试之前, 采用预紧力矩、螺纹公称直径以及预 紧力通用计算关系公式 获得仿真所需预紧力 即

$$T = \eta dF \tag{30}$$

式中: T 为预紧力矩;  $\eta$  为拧紧力矩系数, 一般取值为 0.2; d 为螺钉公称直径,规格为 M4; F 为螺纹预紧力。 将预紧力计算结果直接在 ABAQUS 仿真环境中等效为 螺纹载荷加载至刀具与变幅杆输出端连接区域。其仿 真及实测结果 如表1所示。

表1 不同刀具安装力矩作用下的系统谐振频率 Tab.1 Resonant frequency of system under

installation torque						Hz
参数	0.5 N•m	1 N•m	2 N•m	3 N•m	4 N•m	5 N•m
仿真结果	16 696	16 702	16 721	16 751	16 788	16 797
阻抗分析	16 663	16 719	16 727	16 738	16 750	16 764
试验实测	16 861	16 891	16 891	16 901	16 901	16 911

从仿真及试验结果来看,刀具安装力矩及其产生 的螺纹连接预紧力增大,系统谐振频率也会增大。这 是因为刀具预紧力矩越大,刀具底面与变幅杆输出端 面的接触状态越好,振动传递的效率也就越好。但随 着预紧力矩较大幅度增大,系统谐振增大幅度极小。 从总体试验结果来看,预紧力矩大小对谐振频率值影

响程度较小。

同时,通过前面理论分析可知,刀具安装预紧力越 大,其振动传递性能也就越好。不同预紧力矩作用下 的振幅及其轨迹,如图19所示。



图 19 不同安装力矩下的输出端振幅



由图 19 可知:随着刀具安装预紧力矩的增大,输 出端振幅也基本呈现增大趋势,与理论分析基本一致; 但预紧力矩和振幅的增大均存在一定的上限,与系统 的振动特性本身有关。

根据激光位移测量 5 个振动周期数据结果,拟合 后的车刀椭圆振动轨迹,如图 20 所示。



由图 20 可知: 当螺纹预紧力为 0.5 N • m 时,刀尖 振动出现了紊乱轨迹,说明该预紧力状态下,接触状态 不稳定导致无法有效传递振动;随着刀具安装预紧力 矩增大 输出端纵向振幅虽然呈现增大趋势,但增大的 幅度较小,说明连接刀具前后,螺纹连接对纵振影响不 大;但安装预紧力过小则对横振传递产生了较大影响。 随着预紧力矩的增大,输出端的横振逐渐较为平滑,横 振的紊乱现象逐渐减小,说明增加预紧力矩会提高横 振传递质量。

# 4 结 论

(1) 车刀与变幅杆输出端之间的螺纹连接对变幅 杆振动状态产生影响,即螺纹连接对纵振产生的影响 较小,但对横向弯振会产生较大影响,导致弯振的谐振 频率大幅降低。

(2)相较于原设计频率,连接刀具后谐振频率会 大幅下降。螺纹预紧力矩的变化对谐振频率值影响较 小,主要影响谐振状态下的振幅输出,即刀具预紧力矩 越大,振幅输出越大。

(3)在螺纹连接振动传递有效且未出现自松弛的 情况下 本刀通过单一螺纹连接传递超声椭圆振动主 要通过影响刀具横振传递进而影响最终振动轨迹,从 而造成椭圆振动轨迹横向位移的减小。

#### 参考文献

 [1] 马春翔,胡德金. 超声波椭圆振动切削技术[J]. 机械工 程学报,2003,39(12):67-70.
 MA Chunxiang, HU Dejin. Ultrasonic elliptical vibration

cutting [J]. Journal of Mechanical Engineering , 2003 , 39 (12):67 - 70.

- [2] HUANG W H , YU D P , ZHANG M , et al. Analytical design method of a device for ultrasonic elliptical vibration cutting
   [J]. Journal of the Acoustical Society of America ,2017 ,141
   (2): 1238 - 1244.
- [3] TAN R K , ZHAO X S , ZOU X C , et al. A novel ultrasonic elliptical vibration cutting device based on a sandwiched and symmetrical structure [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology , 2018 , 97: 1397 – 1406.
- [4] XU W X, ZHANG L C. Ultrasonic vibration-assisted machining: principle, design and application [J]. Advances in Manufacturing, 2015, 3(3):173-192.
- [5] 陈涛,刘德福,严日明,等.纵弯复合型超声椭圆振动辅助抛光光纤阵列系统设计[J].振动与冲击,2017,36 (24):242-249.

CHEN Tao, LIU Defu, YAN Riming, et al. Design of longitudinal bending compound mode ultrasonic elliptical vibration-assisted fiber array polishing system [J]. Journal of Vibation and Shock , 2017, 36(24):242 – 249.

[6] 殷森,赵波,李瑜. 模式转换型纵-扭复合超声振动加工
 系统的设计[J]. 振动与冲击,2019,38(11):250-256.
 YIN Sen, ZHAO Bo, LI Yu. Design of a mode conversion

type longitudinal-torsional composite ultrasonic vibration machining system [J]. Journal of Vibation and Shock , 2019 , 38(11):250-256.

- [7] 童景琳,卫官. 超声椭圆振动切削钛合金切削力特性研究[J]. 振动与冲击,2019,38(9):216-223.
   TONG Jinglin, WEI Guan. Characteristics of cutting force during titanium alloy processed with UEVC [J]. Journal of Vibration and Shock, 2019,38(9):216-223.
- [8] LI X, ZHANG D Y. Ultrasonic elliptical vibration transducer driven by single actuator and its application in precision cutting [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006 ,180(1/2/3): 91-95.
- [9] 李勋,张德远. 单激励超声椭圆振动车削薄壁筒实验研究[J]. 航空学报,2006,27(4):720-723. LI Xun,ZHANG Deyuan. Research on experiments of single actuator driven ultrasonic elliptical vibration cutting ultra-thin wall parts [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006,27(4):720-723.
- [10] YIN Z , FU Y C , LI H , et al. Mathematical modeling and experimental verification of a novel single-actuated ultrasonic elliptical vibrator [J]. Advances in Mechanical Engineering , 2017 9(12):1-12.
- [11] YIN Z , LI H , WANG B F , et al. Study on the vibrator of nonsymmetrical structure single excitation ultrasonic elliptical turning system [J]. Manuf Technol Mach Tool , 2014 ,11: 68 - 75.
- [12] SAITO H , JUNG H , SHAMOTO E , et al. Mirror surface machining of high-alloy steels by elliptical vibration cutting with single-crystalline diamond tools [J]. Precision Engineering , 2017 49: 200 – 210.
- [13] 陈长盛,王强,柳瑞锋,等. 螺栓连接对结构模态及传递 特性影响研究[J]. 振动与冲击,2014,33(2):178-182.
  CHEN Changsheng, WANG Qiang, LIU Ruifeng, et al. Effect of bolt connection on structural vibration modes and transfer characteristics [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014,33(2):178-182.
- [14] 艾延廷,翟学,王志,等.法向接触刚度对装配体振动模态影响的研究[J].振动与冲击,2012,31(6):171-174.
   AI Yanting, ZHAI Xue, WANG Zhi, et al. Influences of

normal contact stiffness on an assembly's vibration modes [J]. Journal of Vibration and Shock , 2012, 31(6): 171 - 174.

[15] 李耀彬,于化东,王强龙,等.低预紧扭矩螺栓连接悬臂
 梁的2倍谐振响应[J].光学精密工程,2016,24(11):
 2769-2775.

LI Yaobin , YU Huadong , WANG Qianglong , et al. Second super-harmonic resonance response of cantilever beam with bolt joint under low pretension [J]. Optics and Precision Engineering , 2016 , 24(11) : 2769 – 2775.

[16] 李海江,田煜,孟永钢,等.横向振动作用下螺纹联接松 动过程的实验研究[J].清华大学学报(自然科学版), 2016 56(2):171-175.

LI Haijiang, TIAN Yu, MENG Yonggang, et al. Experimental study of the loosening of threaded fasteners with transvers evibration [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2016, 56(2):171-175.

- [17] 巩浩,刘检华,丁晓宇.振动条件下螺纹预紧力衰退机理和影响因素研究[J]. 机械工程学报,2019,55(11): 138-148.
  GONG Hao, LIU Jianhua, DING Xiaoyu. Study on the mechanism and influencing factors of preload decline for bolted joints under vibration [J]. Journal of Mechanical
- Engineering,2019,55(11):138-148. [18] 盛美萍,王敏庆. 连接状况对结构间振动传递的影响 [C]//1999 年青年学术会议. 武汉: 中国声学学会, 1999.
- [19] 王崴,徐浩,马跃,等. 振动工况下的螺栓连接自松弛机 理研究[J]. 振动与冲击,2014,33(22):198-202.
  WANG Wei, XU Hao, MA Yue, et al. Self-loosening of bolted joints under vibration [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014,33(22):198-202.
- [20] 杨红平,傅卫平,王雯,等.基于分形几何与接触力学理 论的结合面法向接触刚度计算模型[J]. 机械工程学报, 2013,49(1):102-106. YANG Hongping, FU Weiping, WANG Wen, et al. Calculation model of the normal contact stiffness of joints based on the fractal geometry and contact theory [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013,49(1):102-106.